

STRUKA: Mašinstvo

Industrijsko inženjerstvo i menadžment

Inženjerstvo zaštite životne sredine

Grafičko inženjerstvo i dizajn

DATUM: 28.06.2009.

REŠENJA ZADATAKA SA PRIJEMNOG ISPITA IZ M A T E M A T I K E

1. Rešiti nejednačinu $\frac{1}{x-2} \geq \frac{4}{x+3}$.

REŠENJE:

Data nejednačina je definisana za $x \in \mathcal{R} \setminus \{-3, 2\}$. Tada je: $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11-3x}{(x-2)(x+3)} \geq 0$
 $\Leftrightarrow x \in (-\infty, -3) \cup (2, \frac{11}{3}]$.

2. a) Rešiti eksponencijalnu jednačinu $9^x + 6 \cdot 3^x - 27 = 0$.

b) Rešiti logaritamsku nejednačinu $\log_3(x-2) \leq 4$.

REŠENJE:

a) $9^x + 6 \cdot 3^x - 27 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 + 6 \cdot 3^x - 27 = 0$. Uvodjenjem smene $t = 3^x$, dobija se kvadratna jednačina $t^2 + 6t - 27 = 0$ čija su rešenja $t_1 = -9$ i $t_2 = 3$. Jednačina $3^x = -9$ nema rešenja, a rešnje jednačine $3^x = 3$ je $x = 1$.

b) Data nejednačina je definisana za $x - 2 > 0$, tj. $x > 2$. Kako je osnova logaritma $a = 3 > 0$, važi $\log_3(x-2) \leq 4 \Leftrightarrow x - 2 \leq 3^4 \Leftrightarrow x \leq 83$, pa je rešenje $x \in (2, 83]$.

3. Rešiti trigonometrijsku jednačinu $\sqrt{2} \operatorname{ctg} x = 2 \sin x \cdot \operatorname{ctg} x$.

REŠENJE:

$\sqrt{2} \operatorname{ctg} x = 2 \sin x \cdot \operatorname{ctg} x \Leftrightarrow \sqrt{2} \operatorname{ctg} x - 2 \sin x \cdot \operatorname{ctg} x = 0 \Leftrightarrow \operatorname{ctg} x (\sqrt{2} - 2 \sin x) = 0$. Za $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathcal{Z}$ je $\operatorname{ctg} x = 0$, a za $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathcal{Z}$ je $\sqrt{2} - 2 \sin x = 0$, tj. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. Date su tačke $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ i $C(3, 5)$.

a) Odrediti tačku S koja je sredina duži BC .

b) Izračunati intenzitet vektora \overrightarrow{BC} , tj. dužinu duži BC .

c) Izračunati koordinate tačke $D(x, y)$ tako da četvorougao $ABCD$ bude paralelogram.

REŠENJE:

a) Sredina duži BC je $S\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{0+5}{2}\right)$, tj. $S(1, \frac{5}{2})$.

b) Vektor $\overrightarrow{BC} = (3, 5) - (-1, 0) = (4, 5)$, a njegov intenzitet, tj. dužina duži BC je $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$.

c) Kako je $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, to je $(-2, -2) = (3-x, 5-y)$. Izjednačavanjem odgovarajućih koordinata dobijamo $3-x = -2$ i $5-y = -2$, tj. $x = 5$ i $y = 7$.

5. a) Sa popustom od 20% knjiga košta 2628 dinara. Za koliko je dinara snižena cena knjige?

b) Tri radnika dele zaradu od 30.000 dinara srazmerno ulozenom radu. Koliko dinara dobija svaki od njih ako je radnik A radio 8 sati, radnik B radio 12 sati, a radnik C radio 20 sati?

REŠENJE:

a) Bez popusta knjiga košta $2628 : 0.8 = 3285$ dinara. Cena knjige je snižena za $3285 - 2628 = 657$ dinara.

b) Ukupno radno vreme je $8+12+20=40$ sati. Cena jednog radnog sata je $30.000 : 40 = 750$ dinara. Radnik A dobija $8 \cdot 750 = 6.000$ dinara, B dobija $12 \cdot 750 = 9.000$ dinara, a C dobija $20 \cdot 750 = 15.000$ dinara.